



فصل چهارم

توان و ریشه

بخش دوم - نماد علمی

نماد علمی

یکی از کاربردهای **توان اعداد**، نوشتن **اعداد بسیار بزرگ** و یا نوشتن **اعداد بسیار کوچک** است. مثلاً عدد زیر را ببینید.

جرم زمین برابر عدد 6000000000000000000 کیلوگرم است.

جرم یک ذره غبار برابر عدد $0/0000000067$ کیلوگرم است.

جرم یک الکترون برابر عدد $0/000000000000000000091$ کیلوگرم است.

آیا نوشتن و خواندن این اعداد کار آسانی است؟

نماد علمی

در ریاضیات برای نمایش اعداد بسیار بزرگ و اعداد بسیار کوچک، آنها را بصورت حاصل ضرب یک عدد حقیقی بین ۱ تا ۱۰ در توان صحیحی از ۱۰ می نویسیم و این نمایش را، **نماد علمی** آن عدد می نامیم.

به طور کلی نماد علمی هر عدد اعشاری مثبت به صورت $a \times 10^n$ است که در آن $1 \leq a < 10$ و n عددی صحیح است.

دقت کنید که a حتما باید عددی بین ۱ تا ۱۰ باشد. خود عدد ۱۰ نمی تواند باشد.

نماد علمی

نکته ۱: اگر ممیز را به سمت راست منتقل کنیم با توان منفی و اگر به سمت چپ منتقل کنیم با توان مثبت نمایش می دهیم.

نکته ۲: دو حالت داریم:

الف - اعداد بزرگتر از ۱۰

ب - اعداد بین صفر تا یک

نماد علمی اعداد بزرگتر از ۱۰

اگر عدد ما بزرگتر از ۱۰ باشد

ممیز را به سمت چپ منتقل کنیم با توان مثبت

$$1780000000 = 1/78 \times 10^9$$

$$887/8 \times 10^4 = 8/887 \times 10^2 \times 10^4 = 8/887 \times 10^6$$

$$987 \times 10^{-9} = 9/87 \times 10^2 \times 10^{-9} = 9/87 \times 10^{-7}$$

نماد علمی اعداد بین صفر تا یک

اگر عدد ما بین صفر تا یک باشد

$$0./\text{.....}132 = 1/32 \times 10^{-7}$$

$$0./\text{.....}1275 = 1/275 \times 10^{-5}$$

$$0./\text{.....}137 = 1/37 \times 10^{-2}$$

ممیز را به سمت راست منتقل کنیم با توان منفی

۱- عددهای داده شده را با نماد علمی نمایش دهید :

$$۲۴۵۰۰۰ = 2/45 \times 10^5$$

$$۰/۰۰۵ = 5 \times 10^{-3}$$

$$۱۴۰۴ = 1/404 \times 10^3$$

$$۱۵۰۰۰۰۰۰۰ = 1/5 \times 10^8$$

$$۰/۰۰۰۰۶۱ = 6/1 \times 10^{-5}$$

$$۰/۱۲۷۵ = 1/275 \times 10^{-1}$$

۲- نمایش اعشاری اعداد زیر را بنویسید

$$5/2 \times 10^{-3} = 0/0052$$

$$2/28 \times 10^8 = 228000000$$

$$6/02 \times 10^{-2} = 0/0602$$

$$7/304 \times 10^{-5} = 0/00007304$$

$$9/4612 \times 10^9 = 9461200000$$

$$1/1 \times 10^4 = 11000$$



حل تمرینات ۱- حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید.

$$\text{الف) } \frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 25}{4^{-5} \times 15^{-5}}$$

$$= \frac{30^{-5} \times 5^2}{60^{-5}} = \frac{5^2}{2^{-5}} = 5^2 \times 2^5$$

$$\text{ب) } \frac{1^{-1} \times 4^2}{2^{-4} \times \frac{1}{1}} = \frac{1 \times 2^4}{2^{-4} \times \frac{1}{1}} = 2^4 \times 2^4 = 2^8$$



حل تمرینات ۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

$$\times 1/0.2 \times 10^{-5} = 0/00000102$$

$$\checkmark 5/9 \times 10^{-1} = 0/59$$

$$1/0.2 \times 10^{-5} = 0/00000102$$

جواب درست

$$\checkmark 4/3 \times 10^2 = 4300$$

$$\times 7/0.04 \times 10^{-2} = 0/7004$$

$$7/0.04 \times 10^{-2} = 0/7004$$

جواب درست

$$\checkmark 6/18 \times 10^7 = 61800000$$

$$\checkmark 8/2570 \times 10^4 = 82570$$



۳- شعاع خورشید تقریباً ۶۹۵۰۰۰ کیلومتر است؛ این عدد را با نماد علمی نمایش دهید.

$$۶۹۵۰۰۰ = ۶/۹۵ \times ۱۰^۵$$

۴- اندازه یک باکتری $۵/۰۰۰۰۰۰$ متر است؛ این عدد را با نماد علمی نمایش دهید.

$$۵ \times ۱۰^{-۷}$$



۵- قطر خورشید حدود $1/4 \times 10^9$ متر و قطر زمین حدود $1/3 \times 10^7$ متر است. قطر خورشید تقریباً چند برابر قطر زمین است؟

$$\frac{1/4 \times 10^9}{1/3 \times 10^7} \approx \frac{10^9}{10^7} = 100$$

تقریباً ۱۰۰ برابر

۱/۴ را تقریباً با ۱/۳ برابر گرفته ایم.



حل تمرینات

۵- در هر یک از تساوی های زیر x چه عددی است؟

$$\text{الف) } 5^x \times 5^{-3} = 5^4$$

پایه ها مساوی است پس طبق قانون ضرب توانها با پایه مساوی ، اینجا توانها با هم جمع می شود

$$5^{x-3} = 5^4 \longrightarrow x-3=4 \longrightarrow x=7$$

$$\text{ب) } 5^x \div 5^{-3} = 5^4$$

پایه ها مساوی است پس طبق قانون تقسیم توانها با پایه مساوی ، اینجا توانها با هم جمع می شود

$$5^{x-(-3)} = 5^4 \longrightarrow x+3=4 \longrightarrow x=1$$



حل تمرینات

۶- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف) $a^4 \times a^5 = a^9$ ✗ $a^{4+5} = a^9$

ه) $(-3)^0 + (3^{-1})^{-1} = 4$ ✓ $1 + 3^{+1} = 4$

ب) $a^4 \times a^5 = a^9$ ✓ $a^{4+5} = a^9$

و) $3^{-1} \times 4^{-1} = 12^{-2}$ ✗ $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12} = 12^{-1}$

ج) $(a^m)^n = (a^n)^m$ $a > 0$ ✓

ز) $6^{-2} = -\frac{2}{6}$ ✗ $(\frac{1}{6})^2$

د) $3^{-2} = -9$ ✗ $(\frac{1}{3})^2$

ح) $3^{-10} < 3^{-1}$ ✓ $(\frac{1}{3})^{10} < \frac{1}{3}$



حل تمرینات

۷- حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$\text{الف) } \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \times 27^{-3}$$

$$= 3^1 \times (3^3)^{-3} = 3^1 \times 3^{-9} = 3$$

$$\text{ب) } (0/2)^{-4} \times 25^{-2}$$

$$= \left(\frac{2}{10}\right)^{-4} \times (5^2)^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^4 \times 5^{-4} = 5^4 \times 5^{-4} = 5^0 = 1$$

$$\text{ج) } \left(\frac{15}{14}\right)^{-4} \times \left(\frac{45}{28}\right)^4$$

$$= \left(\frac{14}{15}\right)^4 \times \left(\frac{45}{28}\right)^4 = \left(\frac{14}{15} \times \frac{45}{28}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$$

$$\text{د) } (-5^{-2})^{-1}$$

$$= \left(-\frac{1}{5^2}\right)^{-1} = \left(-\frac{1}{25}\right)^{-1} = -25$$



حل تمرینات

۸- عددهای داده شده را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$-2^{-4} \text{ و } 1^{-90} \text{ و } (-1)^{21} \text{ و } (-7)^2 \text{ و } \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \text{ و } 2^3 \text{ و } 5^{-3} \text{ و } 2^{-3}$$

$$\frac{1}{16} \quad 1 \quad -1 \quad 49 \quad +4 \quad 8 \quad \frac{1}{125} \quad \frac{1}{8}$$

$$(-7)^2 \text{ و } 2^3 \text{ و } \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \text{ و } 1^{-90} \text{ و } 2^{-3} \text{ و } 5^{-3} \text{ و } -2^{-4} \text{ و } (-1)^{21}$$

۶- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید و به صورت نماد علمی نمایش دهید:

$$2 \times 10^{-7} \times 4 \times 10^9 = 8 \times 10^2$$

$$\begin{aligned} \frac{12/5 \times 10^{-4}}{25 \times 10^{-19}} &= 0/5 \times 10^{-4} \times 10^{19} \\ &= 0/5 \times 10^{15} \\ &= 5 \times 10^{14} \end{aligned}$$

۷- فاصلهٔ مریخ از زمین $۹/۱۷ \times ۱۰^۷$ کیلومتر و فاصلهٔ کیوان از زمین $۶/۲۸۷ \times ۱۰^۸$ کیلومتر است. با مقایسهٔ این دو عدد مشخص کنید کدام سیاره به زمین نزدیک تر است؟

مریخ

$$۶/۲۸۷ \times ۱۰^۸$$

$$۹/۱۷ \times ۱۰^۷$$



اعداد توان دار را مساوی می کنیم تا مقایسه راحت تر باشد

$$۶۲/۸۷ \times ۱۰^۷$$

>

$$۹/۱۷ \times ۱۰^۷$$

۸- در جاهای خالی حداقل ۳ عدد صحیح مختلف قرار دهید تا نامساوی درست باشد.

$$\frac{2}{7} \times 10^{\circ} > 0.02$$

-2, -1, 0, 1, 2,

$$0.03 > 0.003 \times 10^{\circ}$$

....., -2, -1, 0



حل تمرینات

۹- عددهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید :

$$1/5 \times 10^{-2}, 1/2 \times 10^6, 5/35 \times 10^{-3}, 3/7 \times 10^{-2}$$

$$5/35 \times 10^{-3} < 1/5 \times 10^{-2} < 3/7 \times 10^{-2} < 1/2 \times 10^6$$